

منطق ستودنی

درمانگاه • افشین خاضه‌خان
 ریاضی



امیرمحمد گفت: «این سؤال از یکی از آزمون‌هایم است.» و آن را خواند:

چند عدد طبیعی وجود دارند که هر کدام از رقم‌هایشان ۱ یا ۲ یا ۳ و حاصل جمع رقم‌هایشان ۱۰ باشد؟ (کاتگورو، ۲۰۰۸)

(۱) ۲۸ (۲) ۳۴ (۳) ۳۵ (۴) ۵۵ (۵) ۵۶

پرسیدم: «ایده خودت چیست؟»

امیرمحمد گفت: «اولاً یا همهٔ رقم‌هایی که یلد یو دم امتحان کردم اما تشدد. بعد شروع کردم به شمردن، ولی حس می‌کنم تعدادی از آن‌ها از قلم می‌قتند. تمی داتم چگونه مطمئن شوم که همه را شمرده‌ام؟»

دوباره پرسیدم: «می‌تونی توضیح بدهی چگونه می‌شماری؟»
 گفت: «رقم‌ها ۱ یا ۲ باید باشند. حال باید طوری بنویسیم که مجموع آن‌ها برابر ۱۰ شود. مثلاً ۳۳۳۱ و ... اما چه کار کنم که همه را بتوانم بشمارم؟ خیلی سردرگم می‌شوم.»

تشخیص بیماری در تفکر ریاضی

در این مسئله منطق امیرمحمد ستودنی بود. در واقع او مسئله را فهمیده بود. این مسئله با یک فرمول قابل محاسبه نبود. تقطهٔ ضعف او در نظم فکری‌اش بود. می‌توان گفت با اینکه روش حل سؤال را یافته بود، اما تمی توانست در اجرای ایدهٔ خود منظم باشد و تعداد دقیق عددها را مشخص کند.

بچه‌ها، سلام و وقت شما به خیر. به درمانگاه ریاضی خوش آمدید. آرزو می‌کنم از شر ویروس «امیکرون» در امان باشید و از حضور در مدرسه لذت ببرید. مراجعه‌کنندهٔ این هفته، دانش آموز هفتمی هست به نام امیرمحمد محمدی نبار. امیرمحمد همراه با پدر و مادر و خواهر بزرگترش (که از مراجعه‌کنندگانم است) به درمانگاه مراجعه کرده است. خواهر امیرمحمد برای کنکور تجربی آماده می‌شود و مادرش که معلم دخترم در پایهٔ دوم ابتدایی است، در کارش بسیار باتجربه و دلسوز است و با حوصله برای آموزش شاگرد دیش وقت می‌گذارد. طبق گفتهٔ پدر و مادر، امیرمحمد بسیار به حل مسائل شمارشی و احتمال علاقه‌مند است و برای حل آن‌ها باحوصله وقت می‌گذارد.

ویزیت

یا آن‌ها به گرمی احوال‌پرسی می‌کنم و امیرمحمد را به اتاق درمان دعوت می‌کنم. پدر، مادر و خواهرش طبق معمول در سلن منتظر می‌مانند. علت مراجعهٔ او را می‌پرسم. امیرمحمد جواب می‌دهد: «من به سؤال‌های شمارش و احتمال علاقه دارم و سعی می‌کنم سؤال‌های چالشی مربوطه را در کتاب‌های کمک‌درسی و حتی پایه‌های بالاتر حل کنم. همچنین سؤال‌های آزمون‌های مدرسه‌های برتر را تعقیب می‌کنم. امروز به پیش‌نهادهای خواهرم آمده‌ام تا در حل چند سؤال مرا راهنمایی کنید.»
 گفتم: «چقدر علی‌من منتظرم تا سؤال‌هایت را مطرح کنی.»

۳	۳	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۳	۱	۳	۱	۱	۱	۱	۱
۳	۱	۱	۳	۱	۱	۱	۱
۳	۱	۱	۱	۳	۱	۱	۱
۳	۱	۱	۱	۱	۳	۱	۱

حالا به ترتیب جایگاه ۳ها را جلوتر می‌بریم و حالت‌های تکراری را نمی‌شماریم. این کار را تو انجام می‌دهی؟

۱	۳	۳	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۳	۳	۱	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۳	۳	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۱	۳	۳	۱	۱
۱	۳	۱	۳	۱	۱	۱	۱

۱	۱	۳	۱	۳	۱	۱	۱
۱	۱	۱	۳	۱	۳	۱	۱
۱	۳	۱	۱	۳	۱	۱	۱
۱	۱	۳	۱	۱	۳	۱	۱
۱	۳	۱	۱	۱	۳	۱	۱

تعداد عددهای طبیعی شش‌رقمی یا شرایط خواسته شده ۱۵ به دست آمد ($5+4+3+2+1=15$). حالا به سراغ تعداد عددهای طبیعی می‌رویم که فقط یک ۳ و هفت ۱ دارند.

یلافاصله امیر محمد گفت: «یعنی عددهای هشت‌رقمی. پس به دلیل مشابه، عدد هفت‌رقمی یا شرایط خواسته شده نداریم.»

گفتم: «آخرین حالاتعداد عددهای هشت‌رقمی را محاسبه کن.»

۳	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

امیر محمد بعد از رسم جدول گفت: «تعداد عددهای هشت‌رقمی بسیار آسان‌تر شمرده می‌شود. کفکی است جایگاه ۳ را تغییر بدهیم و بشماریم که می‌شود هشت عدد طبیعی.»

پرسیدم: «امیر محمد حالتی ملغده یا نه؟»
یا مکشی طولانی گفت: «همه رقم‌ها ۱ باشند که می‌شود یک حالت.»

گفتم: «احسن‌تاً حالا همه عددهای طبیعی یا شرایط مطلوب چقدر می‌شود؟» و امیر محمد نوشت:

$$4+15+8+1=28$$

امیر محمد که کاملاً حس رضایت در چهره‌اش موج می‌زد گفت: «حالا قهמידم منظور شما از نظم و ترتیب در شمردن یعنی چنا» بعد از حل سایر سؤال‌های امیر محمد، تویت به تجویز داروهای هفتگی برای او رسید.

تجویز داروهای هفتگی

چند مسئله چلشی شمارشی که نظم و ترتیب در شمارش، ایده اصلی حل آن‌ها بود، انتخاب کردم و از او خواستم تا آن‌ها را حل کند. امیر محمد گفت: «سعی می‌کنم یا همین نظم و ترتیب در شمارش، آن‌ها را محاسبه کنم و اگر لازم شد دوباره به درمگاه بیایم.»
تجویز دیگری هم داشتم. از او خواستم حتماً برای حل سؤال‌های چلشی حوصله زیادی به خرج دهد و تا حد ممکن در مراجعه کردن به پاسخ سؤال مقبومت کند. چپیساروش حل او یا روش حل پاسخ‌نامه متفاوت و حتی بهتر باشد. این تجربه هم لذتبخش و هم ماندنی است و خلاقیت او را پرورش می‌دهد.

درمان

به امیر محمد گفتم: «شما صورت مسئله را متوجه شده‌ای و ایده‌ها هم برای حل این مسئله کاملاً درست است.»

پرسید: «پس مشکل کجاست؟»
گفتم: «تفاقی مشکل را هم خودت تا حدودی حدس زده‌ای.»
گفت: «واقعاً؟»

گفتم: «بله، مشکل در نظم‌دادن به شمارش است.»
امیر محمد گفت: «ممکن است بیشتر توضیح دهید؟»

گفتم: «یعنی ایجاد نظم و ترتیب در انتخاب تعداد رقم‌های ۱ یا ۳. به این معنی که از عددهای طبیعی چهاررقمی شروع شود و به ترتیب تا پنج‌رقمی و ... ادامه یابد و بعد از آزمون و خطا عدد انتخاب یا کنار گذاشته شود.»

امیر محمد گفت: «فکر می‌کنم متوجه شدم، اما اگر ممکن است در این مسئله آن را اجرا کنیم.»

یا لیخندی گفتم: «تفاقی پیشنهاد بعدی من هم همین بود. اگر حضری یا هم ایده تو را اجرا کنیم.»

امیر محمد یلافاصله جواب داد: «شروع کنیم.»
از او پرسیدم: «امیر محمد، چرا من در توضیحاتم یا عددهای طبیعی چهاررقمی شروع کردم؟»

جواب داد: «چون یا رقم‌های ۱ و ۳ می‌توان عدد سه‌رقمی نوشت که مجموع رقم‌هایش برابر ۱۰ شود.»

او را تحسین کردم و گفتم: «حالاتو عددهای چهاررقمی را بنویس.»

او نوشت:

$$1322 \text{ و } 2312 \text{ و } 3122$$

امیر محمد گفت: «چهار عدد طبیعی شد.»
گفتم: حالا عددهای پنج‌رقمی و بالاتر.»

امیر محمد گفت: «اینجا نمی‌دانم چگونه بنویسم که هیچ‌کدام از قلم تیفند.»

جواب دادم: «شما یا باید با تعداد ۱ها تنظیم کنی و یا با تعداد ۳ها، چون یا سه تا ۳ شروع کردیم، حال یا دو تا ۳ ادامه می‌دهیم.» و نوشتم: ۳۳۱۱۱

امیر محمد بعد از مکشی کوتاه گفت: «پنج‌رقمی یادتان رفت.»
گفتم: «بیین می‌توانی عدد طبیعی پنج‌رقمی یا شرایط خواسته شده را بنویسی؟»

امیر محمد بعد از چند آزمون و خطا گفت نشد. گفتم: «برگردیم به عدد شش‌رقمی که نوشتیم. حالا باید تعداد حالت‌های آن را بشماریم.»

امیر محمد گفت: «فکر می‌کنم این شمارش یک فرمول دارد؟»
گفتم: «آری، آن را در دوره دوم دبیرستان در رشته ریاضی سال دوازدهم (در صورت انتخاب این رشته) در کتاب ریاضیات گسسته خواهی خواند، اما می‌توان بدون آن نیز شمرد. کفکی است جایگاه‌های متفاوتی را که دو عدد ۳ در آن قرار می‌گیرند، بشماریم. من کمکت می‌کنم. پنج حالتی را که رقم اول برابر ۳ یا ۲ است، می‌نویسم: